

文章编号: 1672-6987(2023)04-0112-08; DOI: 10.16351/j.1672-6987.2023.04.015

飞行器航迹倾角的自适应多维泰勒网控制

朱善良, 孙贵民, 王明新, 韩玉群, 殷文明*

(青岛科技大学 数理学院; 数学与交叉科学研究院, 山东 青岛 266061)

摘要: 针对飞行器纵向模型的不确定性参数和随机干扰, 研究了一类飞行器航迹倾角的自适应跟踪控制问题。在控制器设计过程中, 将多维泰勒网(multidimensional Taylor network, MTN)的逼近特性和自适应 backstepping 方法相结合, 利用 MTN 网络逼近未知光滑非线性函数, 提出了一种新的自适应 MTN 控制方法。通过 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统的所有信号依概率有界, 跟踪误差收敛到原点附近任意小的邻域。仿真结果表明, 该方法能够在简化控制器设计的同时保证飞行器航迹倾角跟踪上预定轨迹。

关键词: 多维泰勒网; 自适应控制; backstepping 方法; 飞行器航迹倾角

中图分类号: TP 273 **文献标志码:** A

引用格式: 朱善良, 孙贵民, 王明新, 等. 飞行器航迹倾角的自适应多维泰勒网控制[J]. 青岛科技大学学报(自然科学版), 2023, 44(4): 112-119.

ZHU Shanliang, SUN Guimin, WANG Mingxin, et al. Adaptive multi-dimensional Taylor network control of aircraft flight path angle[J]. Journal of Qingdao University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2023, 44(4): 112-119.

Adaptive Multi-Dimensional Taylor Network Control of Aircraft Flight Path Angle

ZHU Shanliang, SUN Guimin, WANG Mingxin, HAN Yuqun, YIN Wenming

(College of Mathematics and Physics; Research Institute for Mathematics and Interdisciplinary Sciences, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract: In this paper, for the aircraft longitudinal model with the random disturbances and uncertain parameters, the adaptive tracking control problem of a class of aircraft flight path angle is studied. In the process of controller design, a new adaptive multi-dimensional Taylor network (MTN) control method is proposed by combining the approximation characteristic of MTN with the adaptive backstepping method and using the MTNs to approximate unknown smooth nonlinear functions. It is proved by the Lyapunov stability theory that all signals of the closed-loop system are bounded in probability, and the tracking error converges to a small neighborhood near the origin. The simulation results show that the proposed method not only can simplify the controller design process but also ensure that the aircraft flight path angle can track the prescribe trajectory.

Key words: multi-dimensional Taylor network; adaptive control; backstepping method; aircraft flight path angle

收稿日期: 2022-07-25

基金项目: 山东省自然科学基金项目(ZR2020QF055); 国家级大学生创新创业训练计划项目(202110426003).

作者简介: 朱善良(1977—), 男, 副教授. * 通信联系人.

近些年,飞行器的非线性控制成为控制领域的一个热点,但由于飞行器动力学模型具有参数不确定性与强耦合特性,这使得飞行器控制系统的设计具有一定的难度。随着控制理论和计算机技术的飞速发展,许多曾经在模拟控制中难以实现的复杂先进算法开始应用到高性能飞行器控制系统中。

根据不同的飞行器设计目标和侧重点,许多飞行器系统的控制方法被提出,例如动态逆的控制策略^[1-2]、滤波误差方法^[3-4]、反馈线性化方法^[5-6]等。其中,反馈线性化方法是飞行器系统设计中最为常见的一种方法,然而该方法存在依赖精确模型,对模型误差敏感以及系统鲁棒性分析困难等问题,这些问题严重约束了该方法在飞行器系统控制领域的实际应用。而 backstepping 设计为非匹配不确定非线性系统提供了一种行之有效的方法。文献[7-9]利用 backstepping 设计控制飞行器航迹倾角,克服了反馈线性化的局限,使闭环系统保持全局稳定。为了克服 backstepping 设计的微分爆炸现象,文献[10-11]针对一类飞行器纵向模型系统,提出一种自适应动态面控制方法,在完成航迹角轨迹跟踪的同时又降低了控制率的复杂程度。但是上述研究成果仅考虑了飞行器控制系统不确定性项的有界性,未考虑随机干扰对控制系统的影响。

自适应神经网络控制方法是解决带有随机干扰的非线性系统控制问题的重要方法之一。近年来,基于神经网络的万能逼近能力,已经获得许多有价值的成果^[12-14]。但是基于神经网络的控制方法存在控制器设计复杂、计算代价高等不足。为了克服这些缺点,基于多维泰勒网(multidimensional Taylor network, MTN)的控制方法被提出^[15-19]。目前,MTN 技术已经被广泛应用于不确定性随机非线性系统的跟踪控制问题,例如单入单出随机非线性系统^[20-21]、带有死区的随机非线性系统^[22]、多人多出随机非线性系统^[23]。然而,MTN 控制方法在实际控制系统特别是飞行器控制方面的应用研究成果还不多见。

基于以上分析,本工作研究具有随机干扰的飞行器系统的自适应 MTN 控制设计问题。控制器设计的难点在于如何处理系统中的随机扰动项,以及如何降低控制器的复杂度。为此,本工作首先结合飞行器系统纵向模型,将飞行器控制系统转化成一类随机非线性控制系统;然后针对该控制系统,基于 MTN 逼近技术、backstepping 方法、Lyapunov 函数方法及数学不等式技巧,设计虚拟控制信号和实际

控制器,提出一种新的基于 MTN 的自适应跟踪控制方案,并利用 Lyapunov 稳定性理论证明整个闭环系统的稳定性。最后,利用 Simulink 仿真验证所提控制方案的有效性,并论证所提方案的优越性。

1 系统描述与预备知识

1.1 系统描述

本工作仅考虑飞行器在俯仰平面上的运动,根据文献[8],飞行器纵向模型如图 1 所示,其简化模型为

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \bar{L}_\alpha \alpha - \frac{g}{V_T} \cos \gamma + \bar{L}_o, \\ \dot{\alpha} = q + \frac{g}{V_T} \cos \gamma - \bar{L}_o - \bar{L}_\alpha \alpha, \\ \dot{\theta}_p = q, \\ \dot{q} = M_o + M_\delta \delta, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\bar{L}_o = \frac{L_o}{m V_T}$, $\bar{L}_\alpha = \frac{L_\alpha}{m V_T}$, γ, α, θ_p 分别为飞行器航迹倾角、攻角和俯仰角, q 为俯仰角变化率, V_T , m 和 g 分别为飞行器的航速、质量和重力加速度, L_α 为升力曲线斜率, L_o 为其他对升力的影响因素, M_δ 为控制俯仰力矩, M_o 是其他来源力矩, δ 为舵面偏角。

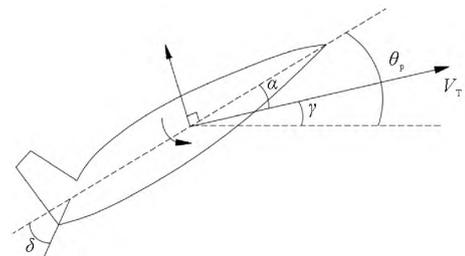


图 1 飞行器纵向模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the aircraft longitudinal model

为了将飞行器纵向模型转化为严格反馈的控制系统,结合相关文献对该模型作如下假设:

假设 1^[11]: M_o 由 $M_o = M_\alpha \alpha + M_q q$ 近似给出。

假设 2^[11]: 假设航速 V_T 通过某线性控制器稳定在理想值的一个很小的邻域内,可以视为一个常量。

假设 3^[24]: 在某一工作点, $L_o, L_\alpha, M_\delta, M_\alpha, M_q$ 视为常量。

在上述假设下,选取 (γ, α, q) 作为状态变量,并定义状态 $x_1 = \gamma, x_2 = \alpha, x_3 = q$ 以及控制输入 $u = \delta$ 。考虑飞行器飞行过程中受到外界随机干扰,系统(1)可以转换成如下形式的随机非线性系统:

$$\begin{cases} dx_1 = (a_1 x_2 + f_1(x_1))dt + \varphi_1^T(x) d\omega \\ dx_2 = (x_3 + f_2(x_1, x_2))dt + \varphi_2^T(x) d\omega \\ dx_3 = (a_3 u + f_3(x_2, x_3))dt + \varphi_3^T(x) d\omega \end{cases} \quad (2)$$

其中, $a_1 = \bar{L}_a > 0, f_1(x_1) = -\frac{g}{V_T} \cos x_1 + \bar{L}_o,$

$f_2(x_1, x_2) = \frac{g}{V_T} \cos x_1 - \bar{L}_o - \bar{L}_a x_2, f_3(x_2, x_3) =$

$M_a x_2 + M_q x_3, a_3 = M_\delta > 0, \varphi_i$ 是局部 Lipschitz 函数, ω 表示定义在完备概率空间 (Ω, F, P) 上的布朗运动, 其中 Ω 为样本空间, F 为 σ 代数簇, P 代表概率测度, $y \in \mathbf{R}$ 为系统输出。

控制目标: 为系统(2)设计一个自适应 MTN 控制器, 使得系统的输出 y 跟踪给定的参考信号 y_d , 同时保证闭环系统的所有信号都是依概率有界的。

为了实现控制目标, 假设参考信号 y_d 满足如下条件:

假设 4: 参考信号 y_d 及其 i 阶导数 $y_d^{(i)}$ 都是连续有界的, 其中 $i=1, 2, 3$ 。

1.2 预备知识

为了介绍几个重要的概念和引理, 首先考虑如下一般形式的随机非线性系统:

$$dx = f(x)dt + h(x)d\omega \quad (3)$$

式中, $x \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态, ω 表示定义在完备概率空间 (Ω, F, P) 上的 r 维布朗运动, 其中 Ω 为样本空间, F 为 σ 代数簇, P 代表概率测度。 $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n,$ $h: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^{n \times r}$ 是关于 x 的局部 Lipschitz 函数, 且 $f(0) = 0, h(0) = 0$ 。

定义 1^[12]: 考虑系统(3), 对任意的二次连续可微函数 $V(x)$, 定义微分算子 L 如下

$$LV(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f + \frac{1}{2} \text{Tr} \{ h^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} h \}, \quad (4)$$

其中 $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵 \cdot 的迹。

定义 2^[20]: 如果

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq t \leq \infty} P \{ \|x(t)\| > c \} = 0, \quad (5)$$

则称随机过程 $\{x(t), t \geq 0\}$ 是依概率有界的。

引理 1^[20]: 考虑系统(3), 如果存在一个正定、径向无界且二次连续可微的 Lyapunov 函数 $V(x): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, 以及常数 $a_0 > 0, b_0 \geq 0$, 使得:

$$LV(x) \leq -a_0 V(x) + b_0 \quad (6)$$

则 1) 系统(3)几乎肯定有唯一解; 2) 系统(3)是依概率有界的。

为了处理系统(2)中的未知非线性函数, 基于 MTN 的逼近特性构造 MTNs 逼近函数来解决这一问题。

引理 2^[25]: 对于紧集 $\Omega_z \subset \mathbf{R}^n$ 中任意的连续函数 $f(z)$ 及任意的精度 $\epsilon > 0$, 都能找到一个 MTN 使得

$$f(z) = \theta^{*T} S_{m_n}(z) + \sigma(z), \forall z \in \Omega_z, \quad (7)$$

其中, θ^* 为理想权重值, 定义为

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta \in \mathbf{R}^l} \{ \sup |f(z) - \theta^T S_{m_n}(z)| \}, \quad (8)$$

这里, $S_{m_n}(z)$ 表示 $\prod_{i,j=1}^n s_i^{\sigma_i} s_j^{\sigma_j}$, 其形式如下

$$S_{m_n}(z) = [\underbrace{z_1, \dots, z_n}_{\text{power 1}}, \underbrace{z_1^2, \dots, z_n^2}_{\text{power 2}}, \dots, \underbrace{z_1^m, \dots, z_n^m}_{\text{power } m}]^T \subset \mathbf{R}^l, \quad (9)$$

其中, σ_i 和 σ_j 为非负常数且满足 $1 \leq \sigma_i + \sigma_j \leq m; n$ 表示系统输入状态的个数, m 表示中间层的最高次幂, $\sigma(z)$ 为函数逼近误差, 满足 $|\sigma(z)| \leq \epsilon$ 。

引理 3^[12] (Young's 不等式): 对任意正数 $\epsilon > 0$, 如下不等式成立

$$xy \leq \frac{\epsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\epsilon^q} |y|^q, \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2, \quad (10)$$

其中 $\epsilon > 0, p > 1, q > 1$, 且 $(p-1)(q-1) = 1$ 。

2 自适应 MTN 控制器设计

2.1 坐标变换与系统转换

本节将 MTN 逼近技术和自适应 backstepping 设计方法相结合, 通过 MTN 逼近 backstepping 设计中的未知非线性函数, 并基于 Lyapunov 函数方法和数学不等式技巧, 提出一种 MTN 控制方案来研究系统(2)的跟踪控制问题。为此, 对系统(2)引入坐标变换:

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}, i = 1, 2, 3, \quad (11)$$

其中, α_{i-1} 表示中间虚拟控制信号, 且 $\alpha_0 = y_d$ 。

则系统(2)可转化为如下随机非线性系统

$$\begin{cases} dz_1 = (a_1 x_2 + f_1(x_1) - \dot{y}_d)dt + \varphi_1^T(x) d\omega, \\ dz_2 = (x_3 + f_2(x_1, x_2) - L_{\alpha_1})dt + (\varphi_2^T(x) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T(x)) d\omega, \\ dz_3 = (a_3 u + f_3(x_2, x_3) - L_{\alpha_2})dt + (\varphi_3^T(x) - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_j} \varphi_j^T(x)) d\omega. \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$L_{\alpha_1} = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (a_1 x_2 + f_1(x_1)) + \sum_{j=0}^1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial x_1^2} \varphi_1^T \varphi_1,$$

$$L_{\alpha_2} = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (a_1 x_2 + f_1(x_1)) + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (x_2 + f_2(x_1, x_2)) + \sum_{j=0}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}_2} \dot{\hat{\theta}}_2 + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^2 \frac{\partial^2 \alpha_2}{\partial x_p \partial x_q} \varphi_p^T \varphi_q$$

2.2 控制器设计

为了实现控制目标和保持系统稳定,构造如下的自适应控制器结构:

$$\alpha_i = -k_i z_i - \frac{1}{b_m} \tilde{\theta}_i^T P_{m_i}, (i=1, 2, 3), \quad (13)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{\lambda}{b_m} P_{m_i} z_i^3 - \frac{\lambda}{b_m} \eta_i \tilde{\theta}_i, (i=1, 2, 3), \quad (14)$$

其中 $b_m = \min \{a_1, 1, a_3\} > 0$, λ, η_i 为正定设计参数。特别地,当 $i=3$ 时, $\alpha_3 = u(t)$ 是系统的实际控制输入。

第 1 步:对于系统(12)的第一个子系统,考虑如下 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{4} z_1^4 + \frac{b_m}{2\lambda} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1, \quad (15)$$

其中, $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ 是参数误差。

利用式(4)和(15),可得

$$LV_1 \leq z_1^3 (a_1 x_2 + \bar{f}_1(x_1)) - \frac{3}{4} z_1^4 + \frac{3}{4} l_1^4 - \frac{b_m}{\lambda} \tilde{\theta}_1^T \dot{\hat{\theta}}_1, \quad (16)$$

其中, $l_1 > 0$ 是设计参数, $\bar{f}_1(x_1) = f_1(x_1) - \dot{y}_d + \frac{3}{4} z_1 + \frac{3}{4} l_1^{-2} z_1 \varphi_1^4$ 。

由于 $\bar{f}_1(x_1)$ 中含有未知函数 $f_1(x_1)$ 和 φ_1 , 所以无法直接用于控制器设计。根据引理 1, 对于任意给定的 $\epsilon_1 > 0$, 存在一个 MTN $\theta_1^T P_{m_1}(z_1)$, 使得

$$\bar{f}_1(x_1) = \theta_1^T P_{m_1}(z_1) + \delta_1(z_1), \quad |\delta_1(z_1)| \leq \epsilon_1, \quad (17)$$

其中, δ_1 为逼近误差, $z_1 = [z_1]^T, z_1 = x_1 - y_d$ 。

将式(13)、(17)代入(16),可得

$$LV_1 \leq a_1 z_1^3 z_2 - k_1 a_1 z_1^4 + z_1^3 \tilde{\theta}_1^T P_{m_1} + z_1^3 \epsilon_1 - \frac{3}{4} z_1^4 + \frac{3}{4} l_1^4 - \frac{b_m}{\lambda} \tilde{\theta}_1^T \dot{\hat{\theta}}_1, \quad (18)$$

根据引理 2,有

$$z_1^3 \epsilon_1 \leq \frac{3}{4} z_1^4 + \frac{1}{4} \epsilon_1^4, \quad (19)$$

$$z_1^3 a_1 z_2 \leq \frac{3}{4} a_1 z_1^4 + \frac{1}{4} a_1 z_2^4, \quad (20)$$

将式(19)、(20)代入式(18),可以得到:

$$LV_1 \leq -c_1 z_1^4 + \frac{1}{4} a_1 z_2^4 + \frac{1}{4} \epsilon_1^2 + \frac{3}{4} l_1^2 + \tilde{\theta}_1^T (z_1^3 P_{m_1} - \frac{b_m}{\lambda} \dot{\hat{\theta}}_1), \quad (21)$$

其中 $c_1 = k_1 a_1 - \frac{3}{4} a_1 > 0$ 。

第 2 步:对于系统(12)的第二个子系统,定义 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{4} z_2^4 + \frac{b_m}{2\lambda} \tilde{\theta}_2^T \tilde{\theta}_2, \quad (22)$$

其中, $\tilde{\theta}_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2$ 是参数误差。

根据引理 2,有:

$$\frac{3}{2} z_2^2 (\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T) (\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1) \leq \frac{3}{4} l_2^{-2} z_2^4 \| \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \|^4 + \frac{3}{4} l_2^2, \quad (23)$$

其中, l_2 是一个正常数。

由式(4),将(21)和(23)代入式(22),可以得到

$$LV_2 \leq -c_1 z_1^4 + \frac{1}{4} a_1 z_2^4 + \frac{1}{4} \epsilon_1^2 + \frac{3}{4} l_1^2 + \tilde{\theta}_1^T (z_1^3 P_{m_1} - \frac{b_m}{\lambda} \dot{\hat{\theta}}_1) + z_2^3 (x_3 + \bar{f}_2(x_1, x_2)) - \frac{3}{4} z_2^4 + \frac{3}{4} l_2^2 - \frac{b_m}{\lambda} \tilde{\theta}_2^T \dot{\hat{\theta}}_2, \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{f}_2(x_1, x_2) &= f_2(x_1, x_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (a_1 x_2 + f_1(x_1)) - \sum_{j=0}^1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 - \\ &\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial x_1^2} \varphi_1^T \varphi_1 + \frac{3}{4} l_2^{-2} z_2 \| \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \|^4 + \frac{3}{4} z_2, \end{aligned}$$

同样地,对于未知函数 $\bar{f}_2(x_1, x_2)$, 根据引理 1, 对于任意给定的 $\epsilon_2 > 0$ 时, 存在一个 MTN 多项式 $\theta_2^T P_{m_2}(z_2)$, 使得

$$\bar{f}_2(x_1, x_2) = \theta_2^T P_{m_2}(z_2) + \delta_2(z_2), \quad |\delta_2(z_2)| \leq \epsilon_2, \quad (25)$$

其中, δ_2 为逼近误差, $z_2 = [z_1, z_2]^T$, 其中 $z_1 = x_1 - y_d, z_2 = x_2 - \alpha_1$ 。

根据引理 2,将式(13)、(25)代入式(24),可得

$$LV_2 \leq -c_1 z_1^4 - c_2 z_2^4 + \frac{1}{4} z_3^4 + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^2 \epsilon_j^4 + \frac{3}{4} \sum_{j=1}^2 l_j^4 + \sum_{j=1}^2 \tilde{\theta}_j^T (z_j^3 P_{m_j} - \frac{b_m}{\lambda} \dot{\hat{\theta}}_j), \quad (26)$$

其中, $c_2 = k_2 - \frac{3}{4} - \frac{1}{4} a_1 > 0$ 。

第 3 步:对于系统(12)的第三个子系统,选取 Lyapunov 函数

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{4}z_3^4 + \frac{b_m}{2\lambda}\tilde{\theta}_3^T\tilde{\theta}_3, \quad (27)$$

其中, $\tilde{\theta}_3 = \theta_3 - \hat{\theta}_3$ 是参数误差。

根据引理 2,有

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2}z_3^2(\varphi_3^T - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_j} \varphi_j^T)(\varphi_3 - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_j} \varphi_j) \leq \\ & \frac{3}{4}l_3^2 + \frac{3}{4}l_3^{-2}z_3^4 \|\varphi_3 - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_j} \varphi_j\|^4, \end{aligned} \quad (28)$$

其中, l_3 是一个正常数。

由式(4),将式(28)代入式(27),可以得到

$$\begin{aligned} LV_3 \leq & -c_1z_1^4 - c_2z_2^4 + \frac{1}{4}z_3^4 + \frac{1}{4}\sum_{j=1}^2 \epsilon_j^4 + \\ & \frac{3}{4}\sum_{j=1}^2 l_j^4 + \sum_{j=1}^2 \tilde{\theta}_j^T(z_j^3 P_{mj} - \frac{b_m}{\lambda}\dot{\theta}_j) + \\ & z_3^3(a_3u + \bar{f}_3(x_2, x_3)) - \frac{3}{4}z_3^4 + \frac{3}{4}l_3^2 - \frac{b_m}{\lambda}\tilde{\theta}_3^T\dot{\theta}_3, \end{aligned} \quad (29)$$

其中,

$$\begin{aligned} \bar{f}_3(x_2, x_3) = & f_3(x_2, x_3) - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1}(a_1x_2 + \\ & f_1(x_1)) - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2}(x_2 + f_2(x_1, x_2)) - \\ & \sum_{j=0}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \theta_j} \dot{\theta}_j - \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^2 \frac{\partial^2 \alpha_2}{\partial x_p \partial x_q} \varphi_p^T \varphi_q + \\ & \frac{3}{4}l_3^{-2}z_3^4 \|\varphi_3 - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_j} \varphi_j\|^4 + \frac{3}{4}z_3, \end{aligned}$$

同样地,对于未知函数 $\bar{f}_3(x_2, x_3)$,根据引理 1,对于任意给定的 $\epsilon_3 > 0$,存在一个 MTN 多项式 $\theta_3^T P_{m3}(z_3)$,使得

$$\bar{f}_3(x_2, x_3) = \theta_3^T P_{m3} + \delta_3, \quad |\delta_3| \leq \epsilon_3, \quad (30)$$

其中, δ_3 为逼近误差, $z_3 = [z_1, z_2, z_3]^T$, 其中 $z_1 = x_1 - y_d, z_2 = x_2 - \alpha_1, z_3 = x_3 - \alpha_2$ 。

根据引理 2,将式(13)和(30)代入式(29),可以得到

$$\begin{aligned} LV_3 \leq & -\sum_{j=1}^3 c_j z_j^4 + \frac{1}{4}\sum_{j=1}^3 \epsilon_j^4 + \frac{3}{4}\sum_{j=1}^3 l_j^4 + \\ & \sum_{j=1}^3 \tilde{\theta}_j^T(z_j^3 P_{mj} - \frac{b_m}{\lambda}\dot{\theta}_j), \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $c_3 = k_3 a_3 - \frac{1}{4} > 0$ 。

3 稳定性分析

根据上述控制器设计过程,本节给出控制系统

(2)的稳定性证明过程。

定理 1 在假设 1-4 成立的条件下,考虑控制系统(2),设计实际控制律和虚拟控制信号为式(13),并选择自适应律为式(14),则对于任意初始条件,可以通过选择适当的参数,使得闭环系统(2)的所有信号依概率有界,且系统跟踪误差可以收敛到任意小邻域内。

证明 取闭环系统(2)的 Lyapunov 函数为

$$V = V_3 = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^3 z_j^4 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^3 \frac{b_m}{\lambda}\tilde{\theta}_j^T\tilde{\theta}_j, \quad (32)$$

由式(14)和(31),式(32)可化为

$$\begin{aligned} LV \leq & -\sum_{j=1}^3 c_j z_j^4 + \frac{1}{4}\sum_{j=1}^3 \epsilon_j^4 + \frac{3}{4}\sum_{j=1}^3 l_j^4 + \\ & \sum_{j=1}^3 \eta_j \tilde{\theta}_j^T \theta_j, \end{aligned} \quad (33)$$

因为

$$\begin{aligned} \eta_j \tilde{\theta}_j^T \theta_j = & \eta_j \tilde{\theta}_j^T (\theta - \tilde{\theta}_j) \leq \\ & -\frac{1}{2}\eta_j \tilde{\theta}_j^T \tilde{\theta}_j + \frac{1}{2}\eta_j \|\theta\|^2, \end{aligned} \quad (34)$$

所以,将式(34)代入式(33),有

$$\begin{aligned} LV \leq & -\sum_{j=1}^3 c_j z_j^4 - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^3 \eta_j \tilde{\theta}_j^T \tilde{\theta}_j + \\ & \frac{1}{2}\sum_{j=1}^3 \eta_j \|\theta_j\|^2 + \frac{1}{4}\sum_{j=1}^3 \epsilon_j^4 + \frac{3}{4}\sum_{j=1}^3 l_j^4, \end{aligned} \quad (35)$$

令

$$a_0 = \min \{4c_j, \frac{\lambda}{b_m}\eta_j\}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$b_0 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^3 \eta_j \|\theta_j\|^2 + \frac{1}{4}\sum_{j=1}^3 \epsilon_j^4 + \frac{3}{4}\sum_{j=1}^3 l_j^4,$$

代入式(35)可以得到

$$LV \leq -a_0 V + b_0 \quad (36)$$

根据式(36)和引理 1,得到闭环系统(2)的所有信号依概率有界,且可以通过选择适当的设计参数 $c_j, \eta_j, \lambda, \epsilon_j, l_j$ 使跟踪误差任意小。

4 仿真实例

结合文献[11],考虑如下—类飞行器纵向模型,其主要物理参数分别为: $\bar{L}_o = -0.1, \bar{L}_a = 1, M_a = 0.1, M_q = -0.02, M_\delta = 1$ 。并假设稳定航速为 $V_T = 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,重力加速度 $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

例 1 根据上述设定的参数,考虑如下随机非线性系统

$$\begin{cases} dx_1 = (x_2 - 0.049 \cos x_1 - 0.1)dt + x_1^2 d\omega, \\ dx_2 = (x_3 + 0.049 \cos x_1 + 0.1 - x_2)dt + x_2 d\omega, \\ dx_3 = (0.1x_2 - 0.02x_3 + u)dt + \sin x_3 d\omega, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (37)$$

对于系统(37)取跟踪参考信号 $y_d = 0.5^\circ \sin t$, 初始条件 $x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0$, 选择虚拟控制信号、自适应律及控制律分别为

$$\alpha_i = -k_i z_i - \frac{1}{b_m} \hat{\theta}_i^T P_{mi}, i = 1, 2, 3, \quad (38)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{\lambda}{b_m} P_{mi} z_i^3 - \frac{\lambda}{b_m} \eta_i \hat{\theta}_i, i = 1, 2, 3, \quad (39)$$

$$u = -k_3 z_3 - \frac{1}{b_m} \hat{\theta}_3^T P_{m3}, \quad (40)$$

其中, $z_1 = x_1 - y_d, z_2 = x_2 - \alpha_1, z_3 = x_3 - \alpha_2, b_m =$

$\min \{a_1, 1, a_3\} = 1, \lambda, \eta_i$ 为正定设计参数。仿真中, 参数设置如下: $\eta_1 = 4, \eta_2 = 8, \eta_3 = 0.4, k_1 = 15, k_2 = 10, k_3 = 20, \lambda = 1$ 。

仿真结果如图 2 和图 3 所示。从图 2 可以看出航迹倾角 y 快速从初始状态跟踪上目标轨迹 y_d , 跟踪误差在 1 s 后保持在 $\pm 0.04^\circ$ 内并且继续缓慢衰减, 说明 MTN 控制器具有良好的跟踪效果。另外, 从图 3 可以看出飞行器攻角 x_2 和俯仰角变化率 x_3 在控制作用下均是稳定有界的。

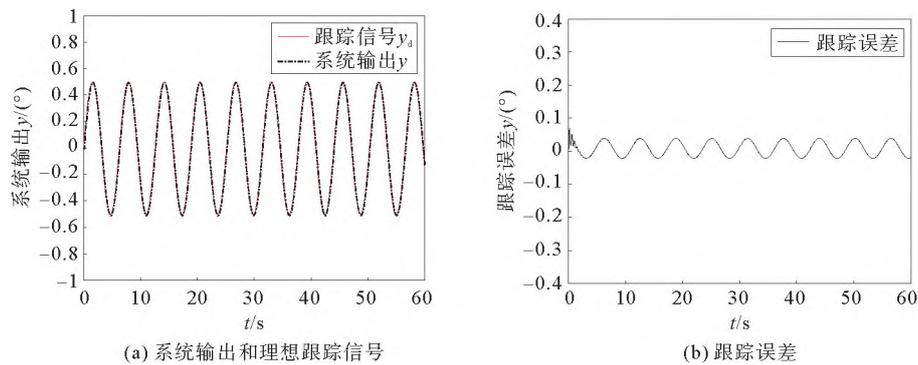


图 2 跟踪结果和跟踪误差

Fig. 2 Tracking results and tracking error

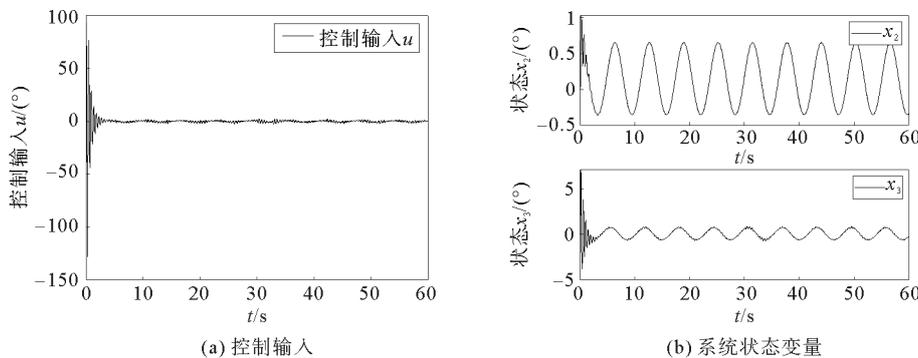


图 3 系统输入和状态变量

Fig. 3 System input and state variables

为进一步说明所提出控制方案的有效性和鲁棒性, 结合上述选定的参数, 考虑如下三阶随机非线性系统。

例 2 对于随机非线性系统

$$\begin{cases} dx_1 = (x_2 - 0.049 \cos x_1 - 0.1) dt + x_1 d\omega, \\ dx_2 = (x_3 + 0.049 \cos x_1 + 0.1 - x_2) dt + x_2 \sin x_1 d\omega, \\ dx_3 = (0.1x_2 - 0.02x_3 + u) dt + \sin x_3 d\omega, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (41)$$

取跟踪参考信号 $y_d = 2^\circ \sin t$, 初始条件 $x_1(0) =$

$0, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0$ 。类似地, 根据定理 1 选择恰当的虚拟控制信号、自适应律及控制律, 其形式与例 1 相同。仿真中的参数分别设置为 $\eta_1 = 1, \eta_2 = 36, \eta_3 = 1.8, k_1 = 16, k_2 = 10, k_3 = 24, \lambda = 1$ 。

仿真结果如图 4 和图 5 所示。图 4(a) 给出了航迹倾角 y 和跟踪信号 y_d 的曲线, 图 4(b) 展示了系统跟踪误差的曲线, 跟踪误差在 0.5 s 后保持在 $\pm 0.16^\circ$ 内。图 5 分别是舵面偏角 u 及飞行器攻角 x_2 、俯仰角变化率 x_3 的轨迹, 可以看出闭环系统内所有信号都是稳定有界的。

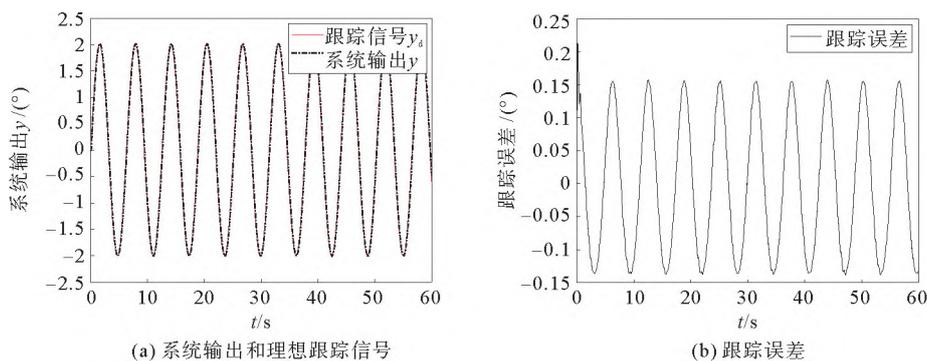


图 4 跟踪结果和跟踪误差

Fig. 4 Tracking results and tracking error

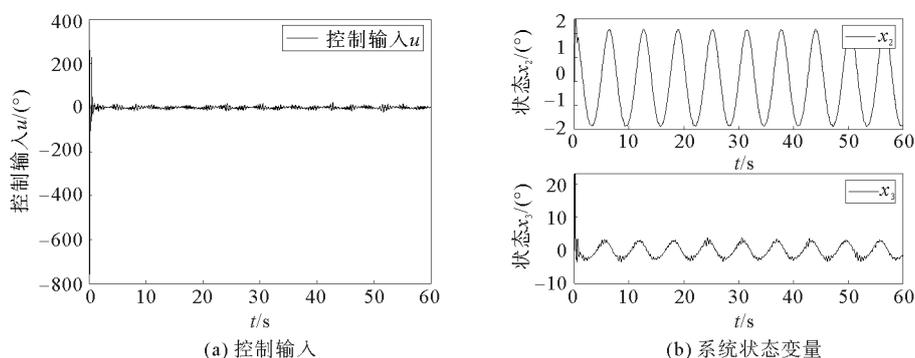


图 5 系统输入和状态变量

Fig. 5 System input and state variables

例 1 和例 2 均验证了本工作所提出的自适应 MTN 控制方案的有效性。仿真结果表明,通过选择合适的设计参数,所设计的控制器可以实现很好的跟踪性能,且闭环系统内所有信号都是依概率有界的。本工作所提的自适应 MTN 控制方案能够克服随机干扰和参数不确定性对系统的影响,该方案是合理有效的。

5 结 语

针对带有随机干扰和参数不确定性的飞行器纵向模型,提出航迹倾角的自适应 MTN 控制方案。在控制器的设计过程中,应用 MTN 来逼近未知非线性函数,并结合 backstepping 设计方法和 Lyapunov 函数方法,提出一种新的自适应 MTN 控制器设计方案。所提控制方案通过适当选择设计参数,可以使得输出跟踪误差收敛到原点的一个小邻域内,且保证闭环系统所有信号的是依概率有界的。仿真结果表明,基于 MTN 的控制方案具有良好的动态实时调节能力。本研究对于解决带有随机干扰的飞行器系统以及随机干扰的严格反馈系统的自适应跟踪控制问题具有一定的参考意义。

参 考 文 献

- [1] WARD D G, MONACO J F, BODSON M. Development and flight testing of a parameter identification algorithm for reconfigurable control[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(6): 948-956.
- [2] BRINKER J S, WISE K A. Flight testing of reconfigurable control law on the X-36 tailless aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(5): 903-909.
- [3] MAINE R E, MURRAY J E. Application of parameter estimation to highly unstable aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1988, 11(3): 213-219.
- [4] KIM B S, CALISE A J. Nonlinear flight control using neural networks[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(1): 26-33.
- [5] CALISE A J, RYSDYK R T. Nonlinear adaptive flight control using neural networks[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1998, 18(6): 14-25.
- [6] 李惠峰, 李昭莹. 高超声速巡航飞行器在线自适应反馈控制设计[J]. *北京航空航天大学学报*, 2010, 36(11): 1382-1386. (LI Hui Feng, LI Zhao Ying. Adaptive feedback control design for hypersonic cruise flight vehicle[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2010, 36(11): 1382-1386.)
- [7] HARKEGARD O, GLAD S T. A backstepping design for flight path angle control[C]// *Proceedings of the 39th IEEE Confer-*

- ence on Decision and Control, 2000, Sydney, NSW, Australia. New York: IEEE, 2000, 4: 3570-3575.
- [8] SHARMA M, WARD D G. Flight-path angle control via neuro-adaptive backstepping[C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2002, Monterey, California. Reston: AIAA, 2002: 4451.
- [9] 高道祥, 孙增圻, 罗熊, 等. 基于 Backstepping 的高超声速飞行器模糊自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(5): 805-810.
GAO Daoxiang, SUN Zengqi, LUO Xiong, et al. Fuzzy adaptive control for hypersonic vehicle via backstepping method[J]. Control Theory and Application, 2008, 25(5): 805-810.
- [10] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE transactions on automatic control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [11] 郭一, 刘金琨. 飞行器航迹倾角的自适应动态面控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(2): 275-279.
GUO Yi, LIU Jinkun. Adaptive dynamic surface control of aircraft track inclination [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013 (2): 275-279.
- [12] WANG H, CHEN B, LIN C. Adaptive neural tracking control for a class of stochastic nonlinear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24(7): 1262-1280.
- [13] WANG H, CHEN B, LIU X, et al. Adaptive neural tracking control for stochastic nonlinear strict-feedback systems with unknown input saturation[J]. Information Sciences, 2014, 269: 300-315.
- [14] HAN Y Q, ZHU S L, DUAN D Y, et al. Observer-based adaptive neural tracking control for a class of stochastic nonlinear systems[J]. International Journal of Control, 2021, 94(5): 1344-1354.
- [15] 周博, 严洪森. 基于小波和多维泰勒网动力学模型的金融时间序列预测[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(10): 2654-2662.
ZHOU Bo, YAN Hongsen. Financial time series prediction based on wavelet and multidimensional Taylor net dynamics model[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2013, 33(10): 2654-2662.
- [16] 周博, 严洪森. 基于动力学特性聚类多维泰勒网的非线性系统辨识与预测[J]. 控制与决策, 2014, 29(1): 33-38.
ZHOU Bo, YAN Hongsen. Identification and prediction of nonlinear system based on dynamic characteristic clustering multidimensional Taylor network[J]. Control & Decision, 2014, 29(1): 33-38.
- [17] 周博, 严洪森. 基于间歇反馈多维泰勒网的动力学模型[J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1517-1521.
ZHOU Bo, YAN Hongsen. Dynamic model based on intermittent feedback multidimensional Taylor network[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(7): 1517-1521.
- [18] YAN H S, KANG A M. Asymptotic tracking and dynamic regulation of SISO non-linear system based on discrete multidimensional Taylor network[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(10): 1619-1626.
- [19] ZHANG J J, YAN H S. MTN optimal control of MIMO non-affine nonlinear time-varying discrete systems for tracking only by output feedback[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(8): 4304-4334.
- [20] WANG H Q, CHEN B, and LIN C. Adaptive neural tracking control for a class of stochastic nonlinear systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24(7): 1262-1280.
- [21] HAN Y Q, YAN H S. Adaptive multi-dimensional Taylor network tracking control for SISO uncertain stochastic non-linear systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(8): 1107-1115.
- [22] HAN Y Q, ZHU S L, YANG S G. Adaptive multi-dimensional Taylor network tracking control for a class of stochastic nonlinear systems with unknown input dead-zone[J]. IEEE Access, 2018, 6: 34543-34554.
- [23] YAN H S, HAN Y Q. Decentralized adaptive multi-dimensional Taylor network tracking control for a class of large-scale stochastic nonlinear systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2019, 33(4): 664-683.
- [24] FARRELL J, POLYCARPOU M, SHARMA M. Adaptive backstepping with magnitude, rate, and bandwidth constraints: aircraft longitude control[C]// Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003, Denver, CO, USA. New York: IEEE, 2003, 5: 3898-3904.
- [25] YAN H S, SUN Q M, ZHOU B. Multi-dimensional Taylor network optimal control of SISO nonlinear systems for tracking by output feedback[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2018, 39(2): 919-932.

(责任编辑 姜丰辉)